

Софийски Университет „Св. Климент Охридски“
Писмен конкурс изпит по математика
27 юли 2004 г.

ТЕМА 1

Задача 1. Нека $f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 2}{x + 2}$. Да се решат неравенствата:

- а) $f(x) \geq 0$
- б) $\sqrt{f(x)} \geq 1 - x$.

Задача 2. Даден е трапецът $ABCD$. Основата $CD = 6$ е диаметър на окръжност, която пресича отсечката AB в точки P и Q (P е между A и Q), така че $AP : PQ : QB = 1 : 2 : 2$. Ако CQ и AD са успоредни, да се пресметнат

- а) страните на трапеца $ABCD$;
- б) радиуса на описаната около $\triangle PBC$ окръжност.

Задача 3. В $\triangle ABC$ медианата AM , ъглополовящата BL и височината CH се пресичат в една точка T . Дадени са $BC = 2$ и $\sphericalangle ABC = \beta$.

- а) Да се изрази AB чрез β .
- б) Да се докаже, че HL и BC са успоредни и да се определи HL .

Задача 4. Дадена е функцията $f(x) = \frac{\sqrt[6]{x^2 - 6} + |x|}{x}$.

- а) Да се намери най-малката и най-голямата стойност на функцията $f(x)$.
- б) За кои стойности на параметъра a уравнението

$$y(\sqrt[6]{x^2 - 6} + |x|) + x(\sqrt[6]{y^2 - 6} + |y|) = axy$$

има поне едно решение? Решете уравнението при $a = -2$.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА – 5 ЧАСА

Драги кандидат-студенти, Изпитната комисия Ви пожелава успешна работа и Ви моли да номерирате листовите на писмената си работа по реда, в който бихте желали да бъдат проверявани.